

# **Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria**

**Plan de Estudios 2018**

**Programa del curso**

## **Historia y filosofía de las matemáticas**

**Sexto semestre**



Primera edición: 2021  
Esta edición estuvo a cargo de la  
Dirección General de Educación Superior para el Magisterio  
Av. Universidad 1200. Quinto piso, Col. Xoco,  
C.P. 03330, Ciudad de México  
D.R. Secretaría de Educación Pública, 2021  
Argentina 28, Col. Centro, C. P. 06020,  
Ciudad de México

## Contenido

Propósito y descripción general del curso	5
Propósito general	5
Antecedentes	5
Características	6
Cursos con los que se relaciona	7
Sugerencias o recomendaciones generales a atender	7
Competencias del perfil de egreso a las que contribuye el curso	9
Estructura del curso	11
Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza	13
Sugerencias de evaluación	13
Unidad de aprendizaje I. Las rupturas en la construcción de los conjuntos de números	15
Unidad de aprendizaje II. La geometría y la trigonometría: entre el medir y la axiomatización de las matemáticas	21
Unidad de aprendizaje III. El álgebra y las funciones: el método analítico	27
Perfil docente sugerido	35
Referencias bibliográficas del curso	36

Trayecto formativo: **Formación para la enseñanza y el aprendizaje.**  
Carácter del curso: Obligatorio      Horas: 4      Créditos: 4.5

## Propósito y descripción general del curso

### Propósito general

Que el estudiantado normalista analice los procesos históricos del desarrollo de los conocimientos matemáticos, y reflexione filosóficamente acerca de los grandes acontecimientos matemáticos y los motivos que llevaron a las sociedades a hacer matemáticas como ciencia; mediante la revisión de los problemas y eventos históricos dentro de un contexto universal, en el que el estudiante se asuma como matemático, con el fin de comprender las rupturas por las que podrían pasar sus estudiantes y las propias en la construcción del conocimiento matemático, y con ello, fundamentar sus prácticas de enseñanza.

### Antecedentes

Enseñar matemáticas va más allá de la transmisión de un conocimiento y del dominio de los procesos de enseñanza y aprendizaje, del uso de estrategias didácticas y de la integración de herramientas tecnológicas para procurar un proceso apegado al enfoque educativo actual y que responda a las necesidades dinámicas de la sociedad.

Para ello, los docentes de matemáticas precisan reconocer que el interés por el estudio de las matemáticas en el aula y fuera de ella nace de la necesidad de comprender y resolver los problemas que le impone el entorno, de las acciones que dan sentido a su uso, de la reflexión sobre los procesos matemáticos que apuntan a la construcción de significados, y finalmente de las convenciones para comunicar y validar los procesos y los resultados. En ese sentido, cada época, cada sociedad ha tenido nuevos problemas que resolver y, por lo tanto, las matemáticas, al igual que todas las ciencias, han tenido un desarrollo basado en franqueamiento de obstáculos epistemológicos (Bachelard, 2000), esto es, rupturas de los conocimientos que no son suficientes para afrontar nuevos problemas.

De esta perspectiva se desprende una concepción de las Matemáticas como un corpus que no está acabado, fijo e inamovible, sino que es una ciencia viva, en constante cambio, y que es susceptible de ser construida por niños y adultos, en contextos que demandan un esfuerzo cognitivo para recuperar sus saberes, franquearlos y reorganizarlos, y comunicar los resultados mediante un lenguaje convencional.

Por otro lado, enseñar matemáticas tiene que partir de que el docente debe reconocerse matemático, con un sentido desarrollado de la lógica y, como la etimología de filosofía indica, un profundo amor por el conocimiento, en este caso, matemático.

Y esto implica reconocer que el valor de las Matemáticas no sólo es instrumental, también está profundamente conectado a la filosofía: es una ciencia que precisa de reflexión, reconocer que es una colección de productos intelectuales estructurada lógicamente, que demanda cierto tipo de tareas en la resolución del problema, establecer conjeturas, elaborar pruebas, diversidad de representaciones y formatos de lectura y escritura, y tomar en cuenta el papel del rigor, de la intuición, del error y de la evidencia en la práctica matemática. "...las ideas de rigor, evidencia y demostración han cambiado a lo largo de los tiempos: hay una historicidad de estas ideas" afirma Barbin (2010, p. 79). Y por lo tanto, también tienen un sentido en la escolaridad: ¿Qué aceptamos como riguroso los maestros en la escuela secundaria? ¿Y en la normal? ¿Qué demostrar, cuándo y por qué? ¿Qué niveles de abstracción se reconocen en la educación básica y en la educación superior? ¿Cuál es el papel del error en la educación básica, particularmente en la escuela secundaria?

Este proceso se va desarrollando con el análisis crítico de las etapas históricas de la evolución del conocimiento matemático, generado a través de ambientes y situaciones áulicas que favorezcan en el estudiantado este proceso de análisis, al mismo tiempo que se van revisando datos trascendentales para la matemática como ciencia y como filosofía. Lo que sin duda plantea diversas interrogantes: ¿Qué son los objetos matemáticos (como abstracciones, como lenguaje y forma de comunicación, como forma de entender el mundo)? ¿Por qué las culturas han adoptado diversos sistemas de numeración? ¿Por qué a lo largo del tiempo se han generado diversas demostraciones para una misma conjetura, por ejemplo, para el teorema de Pitágoras? ¿Cuáles han sido las maneras, los proyectos y los grandes programas de estructurar las matemáticas y a qué han obedecido?

Finalmente, este programa retoma una apuesta curricular del plan de estudios: el carácter holista de las Matemáticas y la estrecha relación de su desarrollo con el de otras ciencias, y últimamente con la tecnología. Cómo los retos que plantean las diversas ciencias ha permitido el desarrollo de las matemáticas, pero también cómo las Matemáticas han favorecido la estructura, organización y validación del corpus teórico de las ciencias en diversos momentos.

Para lograr esto, se enfrenta al estudiantado normalista a una ruptura con sus esquemas previos de conocimientos, que le permitirá asumirse como un ente matemático, mismo que encuentra en la vida cotidiana las relaciones de la ciencia teórica, aprendida en el aula, con la ciencia aplicada en la resolución de problemáticas propias de la vida misma.

## Características

Este curso está ubicado en el quinto lugar de la malla curricular, correspondiente al sexto semestre del Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, para trabajarse cuatro horas a la semana con 4.5 créditos, teniendo en la mira la formación de docentes de Matemáticas de educación obligatoria; pertenece al trayecto formativo Formación para la enseñanza y el aprendizaje, al igual que los cursos *Cálculo diferencial* y *Trabajo multidisciplinar con la Física*, con quienes guarda relación disciplinar. Asimismo, se cursa de manera simultánea con los cursos *Fundamentos de la educación* y *Pensamiento pedagógico* del Trayecto formativo Bases Teórico-Metodológicas para la Enseñanza. Otras asignaturas del quinto semestre son: Inglés. *Convertirse en comunicadores independientes*, del trayecto formativo segunda lengua; y *Proyectos de intervención docente*, del Trayecto formativo Práctica profesional, con el que también se relaciona estrechamente.

El enfoque basado en competencias de este plan de estudios, aunado al carácter holístico e integrador de las matemáticas determinan, entre otros aspectos, la naturaleza interdisciplinaria de los procesos de formación inicial de los futuros docentes de matemáticas. Como se señaló en los antecedentes, la asignatura plantea de entrada, el binomio filosofía – historia, como una forma de caracterizar la naturaleza de las matemáticas en la educación básica y en la escuela normal, pero también como una propuesta metodológica para comprender los procesos de construcción de las Matemáticas en las aulas, tanto las personales como las de sus estudiantes, y fundamentar sus propuestas didácticas.

Este curso se considera obligatorio, pues servirá a quienes pretendan dedicarse a la docencia de las matemáticas en la educación secundaria con enfoques innovadores, y teniendo en la mira la conformación de una cultura del trabajo colaborativo. El abordaje de este curso permitirá a cualquier persona egresada, tener el dominio de los contenidos matemáticos y la posibilidad de interacción con docentes de otras asignaturas.

## Cursos con los que se relaciona

El enfoque holista propuesto para esta licenciatura favorece una vinculación entre los contenidos de este curso con otros cursos de la licenciatura. A continuación, se muestran los cursos con los que se vincula, haciendo énfasis en lo que aporta y le aportan.

Trayecto formativo: Formación para la enseñanza y el aprendizaje

Esta asignatura recupera los conocimientos, las estructuras matemáticas, los algoritmos y las representaciones estudiadas en los cursos *Teoría de la aritmética*, *Pensamiento algebraico*, *Magnitudes y Medidas*, *Tratamiento de la información* y *Pensamiento estocástico*. De todas las asignaturas de este trayecto formativo, se retomarán aspectos ya estudiados para reflexionar sobre los contenidos mediante una metodología de recuperación de fuentes históricas, y de la reflexión filosófica que favorecerá un pensamiento crítico.

Trayecto formativo: Bases teórico–metodológicas para la enseñanza

Los cursos del Trayecto formativo: Bases teórico–metodológicas para la enseñanza brindan elementos conceptuales con los cuales argumentar la toma de decisiones en la práctica profesional. En la asignatura *Pensamiento pedagógico*, el estudiantado normalista reflexionará sobre la importancia de que el alumno de educación básica y los procesos de construcción de conocimiento estén en el centro del trabajo escolar. Una perspectiva filogenética permitirá una mejor comprensión de los procesos de construcción de conocimiento en contexto, mediante situaciones problema y ambientes de aprendizaje.

Todos los cursos del Trayecto formativo: Práctica profesional pueden ser articulados con este curso. Se espera que la innovación que se derive de las experiencias de este curso permita vislumbrar al estudiantado la importancia del diseño de secuencias de actividades situadas, que brinden conflictos cognitivos, susceptibles de generar rupturas epistémicas, tal y como tuvo lugar en la historia del pensamiento matemático.

## Sugerencias o recomendaciones generales a atender

Se espera que el estudiantado normalista contextualice y fundamente su práctica profesional, a partir de las bases filosóficas, históricas, y epistemológicas, que le permitan entender la naturaleza del conocimiento matemático, las dificultades de su construcción en el aula, y tomar mejores decisiones en su enseñanza y su intervención didáctica. Por tal motivo no se recomienda que sea un curso de recopilación de anécdotas sobre la vida de matemáticos. Se sugiere que se analicen los problemas que dan pie a las rupturas en el conocimiento matemático, cómo fueron resueltos en ese momento, y cómo se resuelven actualmente con las matemáticas que se poseen. Se espera recuperar el espíritu de Alarcón (1994), cuando afirmó que “El hombre siempre ha tenido la necesidad de explicarse el universo y las cosas que en él ocurren. Desde que aprendió a contar hasta la teoría del caos, ha expresado por medio de las matemáticas su capacidad creativa, su necesidad de evolución y trascendencia” (p. 11).

Se sugiere que en la medida de lo posible se consulten los textos originarios, y que los estudiantes se ayuden en la lectura con versiones comentadas. Un ejemplo es acercarse al libro *Elementos* de Euclides (1991), pero ayudarse con el libro *Dios creó los números* de Stephen Hawking (2010).

Se sugiere que el personal docente aliente la consulta y estudio en textos en inglés. Este programa recomendará algunas fuentes de consulta en ese idioma.

Este curso fue elaborado por docentes normalistas, personas especialistas en la materia y en el diseño curricular provenientes de las siguientes instituciones: Carlos Bosch Giral del Instituto Tecnológico Autónomo de México e integrante de la Academia Mexicana de la Ciencia; Alejandra Ávalos Rogel de la Escuela Normal Superior de México; Roberto Cardozo Peraza de la Escuela Normal Superior de Yucatán "Profr. Antonio Betancourt Pérez" y Francisco Juárez Lucas de la Escuela Normal Superior Oficial de Guanajuato.

Especialistas en diseño curricular: Julio César Leyva Ruiz, Gladys Añorve Añorve, Sandra Elizabeth Jaime Martínez, María del Pilar González Islas de la Dirección General de Educación Superior para el Magisterio.



## Competencias del perfil de egreso a las que contribuye el curso

### Competencias genéricas

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.
- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.
- Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.

### Competencias profesionales

*Utiliza conocimientos de las matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo a las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes.*

- Identifica marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para la enseñanza y el aprendizaje.
- Caracteriza a la población estudiantil con la que va a trabajar para hacer transposiciones didácticas congruentes con los contextos y los planes y programas.
- Articula el conocimiento de las matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.
- Utiliza los elementos teórico-metodológicos de la investigación como parte de su formación permanente en las matemáticas.
- Relaciona sus conocimientos matemáticos con los contenidos de otras disciplinas desde una visión integradora para propiciar el aprendizaje de sus estudiantes.

*Diseña los procesos de enseñanza y aprendizaje de acuerdo con los enfoques vigentes de las matemáticas, considerando el contexto y las características de los estudiantes para lograr aprendizajes significativos.*

- Reconoce los procesos cognitivos, intereses, motivaciones y necesidades formativas de los estudiantes para organizar las actividades de enseñanza y aprendizaje.
- Propone situaciones de aprendizaje de las matemáticas, considerando los enfoques del plan y programa vigentes; así como los diversos contextos de los estudiantes.

*Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.*

- Utiliza las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

*Actúa con valores y principios cívicos, éticos y legales inherentes a su responsabilidad social y su labor profesional con una perspectiva intercultural y humanista.*

- Fundamenta su práctica profesional a partir de las bases filosóficas, legales y la organización escolar vigentes.

### **Competencias disciplinares**

*Construye argumentos para diseñar y validar conjeturas en todas las áreas de las matemáticas en diferentes situaciones.*

- Analiza distintas situaciones que lleven a diseñar una conjetura.
- Argumenta de forma coherente y clara si las conjeturas son verdaderas o falsa

*Articula las distintas ramas de las matemáticas incorporando otras disciplinas, para facilitar el análisis de una situación modelada.*

- Construye relaciones entre la geometría y el álgebra, el álgebra y la estadística, la aritmética y laprobabilidad, entre otras.

*Utiliza la abstracción algebraica con las particularidades de la aritmética para relacionar el lenguaje cotidiano con el lenguaje algebraico en la resolución de problemas.*

- Analiza los problemas del tránsito de la aritmética al álgebra para diseñar alternativas didácticas en su abordaje.

*Resuelve problemas a partir del análisis de la información cuantitativa y cualitativa derivado del pensamiento matemático.*

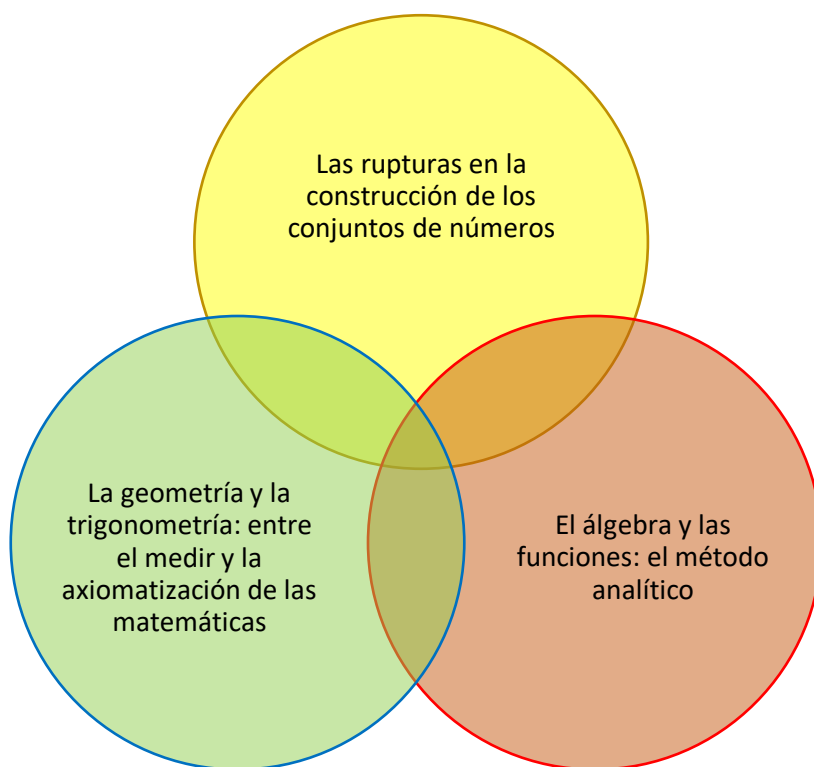
- Analiza los problemas matemáticos que dieron origen a la probabilidad.

*Establece relaciones funcionales algebraicas y trascendentes entre variables, para modelar y resolver problemas que impliquen máximos y mínimos.*

- Relaciona los procesos locales con los procesos globales.

## Estructura del curso

- Las rupturas en la construcción de los conjuntos de números
  - El origen del número. Los sistemas no posicionales y los sistemas posicionales. Las operaciones en ambos sistemas. Las discusiones en la construcción de los números naturales.
  - El sistema métrico. Los decimales.
  - La crisis en Grecia por el descubrimiento de los irracionales. Pitágoras y los inconmensurables.
  - Los números enteros.
  - Los números reales y la recta
  - La probabilidad y los juegos de azar
- La geometría y la trigonometría: entre el medir y la axiomatización de las matemáticas
  - De la geometría intuitiva a la geometría deductiva.
  - Los tres problemas de la antigüedad y su impacto en el avance de las matemáticas.
  - Eudoxo y el método de exhaustión
  - La trigonometría y los problemas de medición.
  - La geometría transformacional y su relación con el álgebra.
- El álgebra y las funciones: el método analítico
  - La resolución de ecuaciones de primer grado en Egipto: el método de la falsa posición
  - El álgebra retórica en la India. El aporte de los árabes al álgebra.
  - Las ecuaciones diofánticas
  - Fermat y Descartes: el abordaje de viejos problemas con nuevas herramientas
  - La controversia acerca de la ecuación cúbica y de las ecuaciones algebraicas: Tartaglia, Bombelli, Cardano.
  - Las funciones en la modelación de fenómenos en diversas ciencias.



## Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza

Se propone que el estudiantado realice algunas actividades propuestas de manera asincrónica, sobre todo las de búsqueda y sistematización de información, y que utilice los momentos de comunicación sincrónica, o los foros virtuales, para socializar los resultados.

Se sugiere hacer búsquedas documentales y de videos con el fin de conocer la génesis de la disciplina matemática como resultado de los intentos de resolución de problemas prácticos y de la especulación filosófica sobre la naturaleza de los objetos, relaciones y operaciones matemáticas, las situaciones donde un conjunto numérico ya no puede ser utilizado, y los métodos matemáticos para el abordaje y la solución de los problemas.

El análisis deberá consistir en recuperar los problemas y los contextos donde surgieron, para entender las necesidades prácticas o matemáticas que llevaron a su planteamiento, analizar las formas de solución que les dieron con las matemáticas que se tenían en ese momento. También se requiere entender las dificultades y las crisis que plantearon.

En particular, es importante la reflexión sobre las características del trabajo matemático: la elaboración de una conjetura, su prueba a partir de definiciones y postulados, la validación por una comunidad de estudio de las matemáticas.

El estudiantado identificará la unidad de las diversas disciplinas matemáticas a pesar de la diversidad de sus objetos de estudio; pero también comprenderá la división en distintas áreas de los conocimientos matemáticos como fruto de la evolución histórica, de los problemas que las culturas afrontaban y de la diversidad de los métodos ideados a lo largo del tiempo.

## Sugerencias de evaluación

La evaluación es un proceso permanente que permite valorar gradualmente la manera en que cada estudiante moviliza sus conocimientos, pone en juego sus destrezas y desarrolla nuevas actitudes utilizando los contenidos conceptuales y procedimentales que el curso propone.

Con relación a la acreditación de este curso, se retoman las Normas de control Escolar aprobadas para los planes 2018, que en su punto 5.3, inciso (e) menciona “La acreditación de cada unidad de aprendizaje será condición para que el estudiante tenga derecho a la evaluación global” y en su inciso (f); se especifica que “la evaluación global del curso ponderará las calificaciones de las unidades de aprendizaje que lo conforman, y su valoración no podrá ser mayor del 50%. La evidencia final tendrá asignado el 50% restante a fin de completar el 100%.” (SEP, 2019, p. 16).

Las sugerencias de evaluación, como se propone en el plan de estudios, consisten en un proceso de recolección de evidencias sobre un desempeño competente del estudiante con la intención de construir y emitir juicios de valor a partir de su comparación con un marco de referencia constituido por las competencias, sus unidades o elementos y los criterios de evaluación; al igual que en la identificación de aquellas áreas que requieren ser fortalecidas para alcanzar el perfil de egreso.

De ahí que las evidencias de aprendizaje se constituyan no sólo en el producto tangible del trabajo que se realiza, sino particularmente en el logro de una competencia que articula sus tres esferas: conocimientos, destrezas y actitudes.

Para la elaboración de las evidencias, es necesario reconocer la complejidad del proceso de aprendizaje, por lo que éste puede requerir una serie de productos previos que permitan retroalimentar y orientar a cada estudiante, de acuerdo a su propio ritmo de aprendizaje.

A continuación, se presentan algunas sugerencias de evidencias para evaluar los aprendizajes de este curso:

Documento expositivo que aborde los problemas y los métodos matemáticos que dieron origen a conjuntos de números en la historia de las matemáticas y un apartado argumentativo sobre las dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes en la construcción de los conjuntos numéricos 15%

Documento expositivo que aborde los problemas con los que se construyó la trigonometría y las formas de organización axiomática de la geometría y un apartado argumentativo sobre las dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes en el desarrollo del razonamiento geométrico y la construcción de la geometría deductiva 15%

Documento expositivo que aborde los problemas que permitieron el surgimiento del álgebra, el método analítico y las discusiones sobre las funciones y el inicio del cálculo y un apartado argumentativo sobre las dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes en el tránsito de la Aritmética al Álgebra 20%

**Actividad integradora:**

Documento que presente un análisis histórico, epistemológico y didáctico de un tema de la educación básica, de preferencia aquel que abordará en su documento recepcional 50%

## **Unidad de aprendizaje I. Las rupturas en la construcción de los conjuntos de números**

Si bien pareciera que la necesidad de contar es la que da origen a los conjuntos de números, las cosmovisiones del ser humano han determinado los significados que se les atribuyen: dominar la cuenta de los días daba el saber sobre cuándo sembrar o cómo sería el clima, medir permitía establecer los límites de los territorios, y poder explorar otros confines. Y eso otorgaba poder. Para los griegos el universo se expresaba en números y, aún hoy día se habla de los números mágicos y los números de la suerte. Entender el origen y el funcionamiento del sistema decimal es uno de los conocimientos centrales de los docentes de matemáticas de educación básica.

### **Propósito de la unidad de aprendizaje**

Recuperar la comprensión histórica del surgimiento de diversos conjuntos numéricos como una respuesta a una necesidad de comunicación, de sistematización y de modelar diversos fenómenos tanto naturales, como sociales, a través del análisis de los problemas que dieron origen a las matemáticas, para comprender las posibles dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes.

### **Contenidos**

- El origen del número. Los sistemas no posicionales y los sistemas posicionales. Las operaciones en ambos sistemas. Las discusiones en la construcción de los números naturales.
- El sistema métrico. Los decimales.
- La crisis en Grecia por el descubrimiento de los irracionales. Pitágoras y los inconmensurables.
- Los números enteros.
- Los números reales y la recta
- La probabilidad y los juegos de azar

### **Actividades de aprendizaje**

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades para desarrollar las competencias, no obstante, cada docente está en la libertad de modificar, sustituir o adaptarlas al contexto y necesidades de su grupo.

### **Generales**

El personal docente recupera los saberes previos del tema. Algunos estudiantes vieron los temas que se abordan en esta unidad en el bachillerato.

El estudiantado elabora una lista de sitios web de información confiable, bajo la dirección del personal docente.

El profesorado organiza, junto con el estudiantado, la información en organizadores gráficos, infogramas o fichas de trabajo, para el aprendizaje de conceptos y procedimientos, para facilitar su consulta.

Hacer lecturas de textos en inglés sobre el tema.

### Específicas

Se sugiere desarrollar una investigación documental como estrategia didáctica para las tres unidades de aprendizaje y, como producto de ello, la elaboración de una monografía, para lo cual, cada unidad hará su respectiva aportación. En esta primera unidad se elaborará un documento expositivo en donde se analicen los problemas y los métodos matemáticos que dieron origen a conjuntos de números en la historia de las matemáticas. Asimismo, se sugiere que el documento expositivo incluya un apartado argumentativo, en donde se fundamenten las posibles dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes.

Es importante que la intervención docente se oriente al acompañamiento y la retroalimentación permanente.

Se invita al estudiantado a escoger una o varias preguntas problematizadoras que se sugieren a continuación para realizar las búsquedas bibliográficas necesarias y pertinentes que le permitan el abordaje de los contenidos de esta primera unidad. Una posibilidad es invitar al estudiantado a leer el capítulo 5 del libro *Las cifras. Historia de una gran invención* de Georges Ifrah (1987) para abordar el origen y la importancia del concepto de número.

- Propiciar el debate en grupo o reflexión individual a partir de la pregunta: ¿Cuál ha sido la importancia, trascendencia y utilidad del concepto de número y sus operaciones en los sistemas posicionales y no posicionales?
- ¿Qué culturas dan evidencia de los primeros registros numéricos?
- ¿Cuáles son los sistemas de numeración no posicionales?, ¿Cómo se pueden clasificar los sistemas numeración no posicionales?
- ¿Qué características tienen los sistemas posicionales?
- ¿Cuáles son los sistemas posicionales que se usan actualmente y en qué contextos se usan?
- Describir el sistema de numeración maya
- ¿Cómo se realizan las operaciones en los sistemas posicionales y en los sistemas no posicionales?
- Revisar los programas de estudio vigentes de Matemáticas en la educación secundaria para identificar ¿En qué temas se muestra los significados y la utilidad de número? Elaborar las adecuaciones necesarias para plantear actividades en secundaria.

Revisar y analizar los axiomas de Peano con la finalidad de conocer la construcción de los números naturales.

- Propiciar el debate en grupo o reflexión individual a partir de la pregunta: ¿Cuál es la lógica que existe en la construcción de los números naturales?
- Revisar casos particulares de los axiomas de Peano para comprobar la validez de los enunciados
- ¿Cuáles han sido las discusiones en la construcción de los números naturales?
- ¿A qué cultura se remonta el origen de los números racionales? ¿Cómo era su escritura? ¿Cuál es el significado de los números racionales para los griegos? ¿Qué es la sección áurea? ¿Cómo expresó Euclides la axiomatización de los números racionales en el libro *Elementos*?



- Investigar en fuentes confiables sobre el sistema métrico decimal y leer el capítulo 1 del texto de Ávila y García (2008) Los decimales: más que una escritura para abordar el tema de los decimales.
- Elaborar una infografía donde se describan las características del sistema métrico decimal y los números decimales. ¿Qué características tiene sistema de numeración decimal?
- Revisar los programas de estudio de la educación secundaria. Describir ¿En qué momento conviene hacer una reflexión con los alumnos sobre los números decimales? Diseñar actividades en la que estudiantes de secundaria involucren números decimales.
- Documentar información sobre el descubrimiento de los números irracionales. En particular, Pitágoras y los inconmensurables. ¿Qué son los inconmensurables?
- Revisar las demostraciones de que las raíces cuadradas de 3, 5, 7, ..., 17 son irracionales.
- ¿Cuáles fueron los problemas que enfrentaron los griegos y que llevaron a la construcción de los números irracionales? Propiciar el debate en grupo a partir de la pregunta: ¿Por qué los programas de estudio vigentes de Matemáticas en la educación secundaria los números irracionales son poco estudiados?
- Se invita al estudiantado a leer el capítulo 8 del libro Las cifras. Historia de una gran invención de Georges Ifrah (1987) para abordar el origen y la invención del cero.
- Después de leer el texto responder la pregunta ¿Cuál ha sido la importancia y utilidad de los números enteros a través de la historia? ¿A qué problemas obedeció la aparición de los números enteros?
- Investigar en Internet o archivos documentales la importancia de los números reales desde su descubrimiento hasta hoy en día, así como su relación con la recta numérica. ¿Por qué es posible establecer una correspondencia biunívoca entre los números reales y la recta numérica?
- Investigar en fuentes confiables la importancia, evolución y utilidad de la probabilidad y los juegos de azar a través de la historia. ¿Cuáles fueron los problemas que permitieron la medición de la incertidumbre en la probabilidad?

Como parte de la evidencia de esta unidad de aprendizaje, se sugiere que el estudiantado incluya una reflexión sobre la siguiente cuestión: ¿Es posible considerar que los adolescentes también enfrentan problemas en la construcción de los conjuntos numéricos? Lo anterior, para fundamentar las posibles dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes.

Evidencias de la unidad	Criterios de evaluación
<p>El docente podrá elegir aquellos que son procesuales y permiten la retroalimentación, a diferencia de aquellos que permiten evidenciar el aprendizaje, para decidir si los considera como objeto de evaluación.</p> <p>Se sugiere la siguiente evidencia de aprendizaje:</p> <p>Primer avance de Monografía</p> <p>Documento expositivo que aborde los problemas y los métodos matemáticos que dieron origen a conjuntos de números en la historia de las matemáticas e incluye una argumentación sobre las posibles dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes en la construcción de los conjuntos numéricos</p>	<p>Para esta unidad se proponen un criterio de evaluación de competencias, y más abajo los indicadores de cada uno de los aspectos que las conforman:</p> <p>Fundamenta la comprensión de las dificultades en el aprendizaje de los números a partir de la comprensión de los problemas y las crisis históricas en la construcción de los conjuntos numéricos.</p> <p><b>Conocimientos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Explica la representación de conjuntos numéricos, relaciones y operaciones matemáticas, sus bases conceptuales y axiomáticas</li> <li>● Utiliza los principios aditivos y multiplicativos de sistemas no posicionales y los principios modulares de los sistemas posicionales</li> <li>● Identifica los problemas, contextos y dilemas en los usos de conjuntos de números</li> <li>● Identifica problemas que favorecieron la generación del conocimiento matemático en la historia de las Ciencias</li> <li>● Identifica las dificultades asociadas al contenido matemático, en la construcción del conocimiento matemático</li> <li>● Identifica las magnitudes y dimensiones de la realidad susceptibles de ser medidas</li> <li>● Describe los problemas y los métodos matemáticos que dieron origen a conjuntos de números en la historia de las matemáticas</li> <li>● Anticipa los contextos, los procedimientos y las dificultades que podrían tener los alumnos</li> <li>● Predice los contextos, las características y retos para el desarrollo de su función docente</li> <li>● Fundamenta las dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes en la construcción de los conjuntos numéricos</li> </ul> <p><b>Habilidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Utiliza algoritmos asociados a las representaciones y tratamiento de la información</li> <li>● Reconoce la diversidad cultural en la investigación matemática</li> <li>● Analiza los resultados de aprendizajes y desempeños en las matemáticas en sus estudiantes</li> </ul>

Evidencias de la unidad	Criterios de evaluación
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Identifica elementos del curriculum que le permiten tomar decisiones didácticas en el diseño de situaciones</li> <li>● Emplea los marcos teóricos y epistemológicos estudiados con anterioridad para favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje</li> <li>● Expresa claramente sus ideas y argumentos de forma oral y escrita en distintos contextos</li> <li>● Utiliza las TIC, TAC y TEP en su proceso de aprendizaje y en su práctica docente</li> </ul> <p><b>Actitudes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Muestra autonomía en su proceso de aprendizaje</li> <li>● Integra la diversidad cultural en su práctica cotidiana</li> <li>● Escucha las conjeturas y argumentos de sus pares para resolver problemas profesionales</li> <li>● Muestra disposición a la autorregulación de su propio aprendizaje</li> <li>● Muestra perseverancia para concluir con las tareas y actividades</li> <li>● Colabora con distintos actores, en la propia escuela normal, y con otras instituciones de educación superior, para desarrollar proyectos y generar propuestas innovadoras acordes a la diversidad de sus estudiantes</li> </ul> <p><b>Valores</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Reconoce la inclusión como un valor en la sociedad</li> <li>● Respeta las opiniones, las estrategias de resolución de problemas y los razonamientos de docentes, pares y estudiantes</li> <li>● Reconoce a la docencia como una profesión con fundamentos teóricos y metodológicos</li> <li>● Muestra honestidad al citar las ideas y trabajos de pares, docentes y autores</li> <li>● Soluciona problemas utilizando su pensamiento crítico</li> </ul> <p>Ponderación de acuerdo a las normas de control escolar: Se sugiere que la evidencia de esta unidad equivalga al 15% de la calificación total.</p>

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

### **Bibliografía básica**

- Ávila, A. y García, S. (2008). Los decimales: más que una escritura para abordar el tema de los decimales. México: INNE. Disponible en <https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/01/P1D402.pdf>
- Boyer, C. B. (1986). *Historia de la matemática*. Madrid: Ed. Alianza Universidad Textos.
- Euclides (1991). *Los Elementos*. Madrid: editorial Gredos.
- Ifrah, G. (1987). *Las cifras. Historia de una gran invención*. Madrid: Alianza Editorial.
- Kline, M. (1992). *El pensamiento matemático desde la antigüedad hasta los tiempos modernos*. Madrid: Editorial Alianza.
- Kline, M. (1972). *Mathematical thought from ancient to modern times*. New York: Oxford University Press.
- Hawking, S. W. (2009). *Dios creó los números. Los descubrimientos matemáticos que cambiaron la Historia*. Barcelona: Ed. Crítica.
- Mankiewicz, R. (2000). *Historia de las matemáticas. Del cálculo al caos*. Barcelona: Paidós.
- Ortiz, A. (2005). *Historia de la matemática. Volumen I. La matemática en la antigüedad*. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Collette, J. P. (1985). *Historia de las matemáticas*. México: Editorial Siglo XXI

### **Bibliografía Complementaria**

- Bell, E. T. (1953). *Men of mathematics*, Pelican books.
- Fillo, E. (2001). *Didáctica e Historia de la Geometría Euclidiana*. México: Grupo Editorial Iberoamérica
- Gheverghese, G. (1996). *Las matemáticas y sus raíces no europeas*. Madrid: Editorial Pirámide
- Montesinos, J. L. (2000). *Historia de las matemáticas en la enseñanza secundaria*. Madrid: Editorial Síntesis
- Rey Pastor, J. & Babini, J. (1984). *Historia de la matemática*. Barcelona: Editorial Gedisa
- Rúbnikov, K. (1987). *Historia de la matemática*. Moscú: Editorial Mir.
- Sáenz, E. (2005). *Apuntes para el Curso Historia de las Matemáticas*. Monterrey: UANL.
- Secretaría de Educación Pública (1999). *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. Educación Secundaria*. México: SEP.
- Stewart, I. (2008). *Historia de las matemáticas: en los últimos 10,000 años*. Ed. Crítica. Colección Drakontos. Barcelona.
- Struik, D. J. (1980). *Historia concisa de las matemáticas*. México: Instituto Politécnico Nacional
- Struik, D. J. (1980). *A concise history of mathematics*. New York: Dover Publications.

## **Unidad de aprendizaje II. La geometría y la trigonometría: entre el medir y la axiomatización de las matemáticas**

Con las actividades de esta segunda unidad se espera recuperar la comprensión histórica del surgimiento de la geometría y la trigonometría como una respuesta a una necesidad de medición, pero también la necesidad lógica de sistematización y axiomatización de las matemáticas.

### **Propósito de la unidad de aprendizaje**

Recuperar los problemas de medición que se plantearon en distintos momentos de la humanidad, resolverlos con las herramientas de las matemáticas modernas y las herramientas de la época, mediante una búsqueda bibliográfica y videográfica sobre los contextos y una reflexión sobre las necesidades prácticas o matemáticas que llevaron a su planteamiento, con el fin de entender las dificultades y las crisis que llevaron a la búsqueda de la axiomatización y el rigor en la demostración.

### **Contenidos**

- De la geometría intuitiva a la geometría deductiva
- Los tres problemas de la antigüedad y su impacto en el avance de las matemáticas
- Eudoxo y el método de exhaustión
- La trigonometría y los problemas de medición
- La geometría transformacional y su relación con el álgebra

### **Actividades de aprendizaje**

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades para desarrollar las competencias, no obstante, cada docente está en la libertad de modificar, sustituir o adaptarlas al contexto y necesidades de su grupo.

#### **Generales**

El personal docente recupera los saberes previos del tema. Algunos estudiantes vieron los temas que se abordan en esta unidad en el bachillerato.

El estudiantado elabora una lista de sitios web de información confiable, bajo la dirección del personal docente.

El profesorado organiza, junto con el estudiantado, la información en organizadores gráficos, infogramas o fichas de trabajo, para el aprendizaje de conceptos y procedimientos, para facilitar su consulta.

Hacer lecturas de textos en inglés sobre el tema.

Desde esta segunda unidad se recuperarán situaciones de la vida cotidiana donde es susceptible utilizar las Matemáticas. Estas situaciones pueden ser integradas en la recopilación de secuencias didácticas que se utilizan en otras asignaturas de este semestre.

### Específicas

Se sugiere continuar con el desarrollo de una investigación documental como estrategia didáctica y con la elaboración de una monografía como evidencia de las tres unidades de aprendizaje.

Para esta segunda unidad, se propone elaborar un documento expositivo sobre los problemas con los que se construyó la trigonometría y las formas de organización axiomática de la geometría e incluir un apartado argumentativo sobre la siguiente cuestión ¿es posible considerar que los adolescentes también enfrentan problemas en el desarrollo del razonamiento geométrico y la construcción de la geometría deductiva?

Es importante que la intervención docente se oriente al acompañamiento y la retroalimentación permanente.

Se invita al estudiantado a elegir un tema que vayan a desarrollar y a responder a las interrogantes asociadas a dicho tema.

Se invita al estudiantado a trabajar en equipos para elegir un tema que vayan a desarrollar sobre la evolución de la geometría intuitiva a la geometría deductiva a través de la historia, así como las principales aportaciones en este periodo.

¿Qué características tuvo la geometría en Egipto?

¿Qué características tuvo la geometría en Grecia?

Revisar los programas de estudio vigentes de Matemáticas en la educación secundaria para identificar ¿En qué temas se observan algunos aspectos de la evolución de la geometría intuitiva a la geometría deductiva?

¿Cuáles son los apartados dedicados al tratamiento axiomático de la geometría en el libro de los elementos de Euclides? ¿Cuáles son los cinco postulados y qué papel juegan en la axiomatización de la geometría?

¿Qué es el método de exhaustión?

Investigar en fuentes confiables los tres problemas famosos de la antigüedad: trisección de un ángulo, duplicación de un cubo y la cuadratura del círculo.

Revisar los intentos para resolver estos problemas y cuál fue su impacto en el avance de las matemáticas.

Revisar en fuentes confiables el método exhaustivo de Eudoxus.

- Utilizar este método de aproximación sucesiva para calcular áreas y volúmenes aplicando el principio de subdivisión infinita.
- Propiciar el debate en grupo o reflexión individual a partir de la pregunta: ¿Cuál es el impacto del método de exhaustión desde la época de Eudoxus y Arquímedes hasta nuestros días?
- ¿Qué son los sólidos platónicos?

Leer el capítulo 10 del texto *Historia de la matemática* de Boyer (1986) que retoma algunos aspectos de la trigonometría y las técnicas de medición.

¿A qué problemas obedeció el surgimiento de la trigonometría?

¿Cuáles fueron los instrumentos de medición de los ángulos? ¿Cómo vincula el teorema de Pitágoras la trigonometría con los aspectos geométricos?

Leer el capítulo “La geometría se convierte en álgebra” del texto *La matemática de Pitágoras a Newton* de Lombardo (1983) que retoma algunos aspectos de la geometría transformacional y su relación con el álgebra.

- Reflexionar sobre las necesidades que llevaron a la axiomatización y el rigor de la demostración en la geometría y que dio paso a la combinación entre la geometría y el álgebra.
- Revisar los programas de estudio vigentes de Matemáticas en la educación secundaria para identificar ¿En qué temas se observan aplicaciones de la geometría transformacional y su relación con el

Evidencias de la unidad	Criterios de evaluación
<p>El docente podrá elegir aquellos que son procesuales y permiten la retroalimentación, a diferencia de aquellos que permiten evidenciar el aprendizaje, para decidir si los considera como objeto de evaluación.</p> <p>Se sugiere la siguiente evidencia de aprendizaje:</p> <p>Segundo avance de Monografía</p> <p>Documento expositivo que aborde los problemas con los que se construyó la trigonometría y las formas de organización axiomática de la geometría e incluye una argumentación sobre las posibles dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes en el desarrollo del razonamiento geométrico y la construcción de la geometría deductiva</p>	<p>Para esta unidad se propone un criterio de evaluación de competencias, y más abajo los indicadores de cada uno de los aspectos que las conforman:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconoce el salto cualitativo hacia la axiomatización y organización lógica de la geometría.</li> </ul> <p><b>Conocimientos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Explica los objetos geométricos, relaciones, operaciones, y organización axiomática de la geometría</li> <li>● Define conceptos y reconoce representaciones matemáticas y algoritmos asociados a la trigonometría</li> <li>● Identifica problemas que favorecieron la generación de la trigonometría</li> <li>● Identifica las discusiones asociadas al quinto postulados de Euclides</li> <li>● Describe los problemas con los que se construyó la trigonometría y las formas de organización axiomática de la geometría</li> <li>● Predice los contextos, las características y retos para el desarrollo de su función docente</li> <li>● Fundamenta las dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes en el desarrollo del razonamiento geométrico y la construcción de la geometría deductiva</li> </ul> <p><b>Habilidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Utiliza algoritmos e instrumentos asociados a las representaciones y medición angular</li> <li>● Reconoce la diversidad cultural y de género en la investigación científica y matemática</li> <li>● Recurre a diversas formas de demostración lógica: directa y por reducción al absurdo</li> <li>● Identifica elementos del curriculum que le permiten tomar decisiones didácticas en el diseño de situaciones</li> <li>● Emplea los marcos teóricos y epistemológicos estudiados con anterioridad para favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje</li> </ul>



Evidencias de la unidad	Criterios de evaluación
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Expresa claramente sus ideas y argumentos de forma oral y escrita en distintos contextos</li> <li>● Utiliza las TIC, TAC y TEP en su proceso de aprendizaje y en su práctica docente</li> </ul> <p><b>Actitudes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Muestra autonomía en su proceso de aprendizaje</li> <li>● Integra la diversidad cultural en su práctica cotidiana</li> <li>● Escucha las conjeturas y argumentos de sus pares para resolver problemas profesionales</li> <li>● Muestra disposición a la autorregulación de su propio aprendizaje</li> <li>● Muestra perseverancia para concluir con las tareas y actividades</li> <li>● Colabora con distintos actores, en la propia escuela normal, y con otras instituciones de educación superior, para desarrollar proyectos y generar propuestas innovadoras acordes a la diversidad de sus estudiantes</li> </ul> <p><b>Valores</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Reconoce la inclusión como un valor en la sociedad</li> <li>● Respeta las opiniones, las estrategias de resolución de problemas y los razonamientos de docentes, pares y estudiantes</li> <li>● Reconoce a la docencia como una profesión con fundamentos teóricos y metodológicos</li> <li>● Muestra honestidad al citar las ideas y trabajos de pares, docentes y autores</li> <li>● Soluciona problemas utilizando su pensamiento crítico</li> </ul> <p>Ponderación de acuerdo a las normas de control escolar: Se sugiere que la evidencia de esta unidad equivalga al 15% de la calificación total.</p>

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

### **Bibliografía básica**

- Boyer, C. B. (1986). Historia de la matemática. Madrid: Ed. Alianza Universidad Textos.
- Euclides (1991). *Los Elementos*. Madrid: editorial Gredos.
- Hawking, S. W. (2009). *Dios creó los números. Los descubrimientos matemáticos que cambiaron la Historia*. Barcelona: Ed. Crítica.
- Ifrah, G. (1987). *Las cifras. Historia de una gran invención*. Madrid,; Alianza Editorial.
- Klein, M. (1992). *El pensamiento matemático desde la antigüedad hasta los tiempos modernos*. Madrid: Editorial Alianza.
- Kline, M. (1972). *Mathematical thought from ancient to modern times*. New York: Oxford University Press.
- Lombardo, L. (1983). *La matemática de Pitágoras de Newton*. Barcelona: Editorial Laia.
- Mankiewicz, R. (2000). *Historia de las matemáticas. Del cálculo al caos*. Barcelona: Paidós.
- Ortiz, A. (2005). Historia de la matemática. Volumen I. La matemática en la antigüedad. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Collette, J. P. (1985). *Historia de las matemáticas*. México: Editorial Siglo XXI

### **Bibliografía Complementaria**

- Bell, E. T. (1953). Men of mathematics, Pelican books.
- Filloo, E. (2001). Didáctica e Historia de la Geometría Euclidiana. México: Grupo Editorial Iberoamérica
- Gheverghese, G. (1996). *Las matemáticas y sus raíces no europeas*. Madrid: Editorial Pirámide
- Montesinos, J. L. (2000). Historia de las matemáticas en la enseñanza secundaria. Madrid: Editorial Síntesis
- Rey Pastor, J. & Babini, J. (1984). Historia de la matemática. Barcelona: Editorial Gedisa
- Rúbnikov, K. (1987). *Historia de la matemática*. Moscú: Editorial Mir.
- Sáenz, E. (2005). Apuntes para el Curso Historia de las Matemáticas. Monterrey: UANL.
- Secretaría de Educación Pública (1999). Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. Educación Secundaria. México: SEP.
- Stewart, I. (2008). *Historia de las matemáticas: en los últimos 10,000 años*. Ed. Crítica. Colección Drakontos. Barcelona.
- Struik, D. J. (1980). Historia concisa de las matemáticas. México: Instituto Politécnico Nacional
- Struik, D. J. (1980). *A concise history of mathematics*. New York: Dover Publications.

## Unidad de aprendizaje III. El álgebra y las funciones: el método analítico

El intento de resolver los tres problemas clásicos - la duplicación del cubo, la trisección de un ángulo, y la cuadratura del círculo, esto es construir un cuadrado que posea área igual a la de una circunferencia dada – generó un fuerte desarrollo tecnológico y matemático. Es interesante en la lectura de *La geometría* de Descartes cómo surge el método analítico, particularmente el plano cartesiano.

### Propósito de la unidad de aprendizaje

Recuperar la comprensión histórica del surgimiento de las matemáticas como una respuesta a una necesidad de modelar diversos fenómenos tanto naturales, como sociales, utilizando un método distinto de trabajo matemático: el método analítico.

### Contenidos

- La resolución de ecuaciones de primer grado en Egipto: el método de la falsa posición
- El álgebra retórica en la India. El aporte de los árabes al álgebra
- Las ecuaciones diofánticas
- Fermat y Descartes: el abordaje de viejos problemas con nuevas herramientas
- La controversia acerca de la ecuación cúbica y de las ecuaciones algebraicas: Tartaglia, Bombelli, Cardano
- Las funciones en la modelación de fenómenos en diversas ciencias

### Actividades de aprendizaje

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades para desarrollar las competencias, no obstante, cada docente está en la libertad de modificar, sustituir o adaptarlas al contexto y necesidades de su grupo.

#### Generales

El personal docente recupera los saberes previos del tema. Algunos estudiantes vieron los temas que se abordan en esta unidad en el bachillerato.

El estudiantado elabora una lista de sitios web de información confiable, bajo la dirección del personal docente.

El profesorado organiza, junto con el estudiantado, la información en organizadores gráficos, infogramas o fichas de trabajo, para el aprendizaje de conceptos y procedimientos, para facilitar su consulta.

Hacer lecturas de textos en Inglés sobre el tema.

En esta tercera unidad se recuperarán situaciones de la vida cotidiana donde es susceptible utilizar las Matemáticas. Estas situaciones pueden ser integradas en la recopilación de secuencias didácticas que se utilizan en otras asignaturas de este semestre.

#### Específicas

Se sugiere continuar con el desarrollo de una investigación documental como estrategia didáctica y con la elaboración de una monografía como evidencia de las tres unidades de aprendizaje.

En esta tercera unidad se integrará la Monografía, para lo cual, esta unidad aportará un documento expositivo sobre los problemas que permitieron el surgimiento del álgebra, el método analítico y las discusiones sobre las funciones y el inicio del cálculo e incluir un apartado argumentativo sobre la siguiente cuestión ¿es posible considerar que los adolescentes también enfrentan problemas en el tránsito de la Aritmética al Álgebra?

Se invita al estudiantado a abordar algunas preguntas problematizadoras, y exponer los resultados ante el grupo.

Se invita al estudiantado a revisar información documentada confiable sobre la resolución de ecuaciones de primer grado en Egipto, en particular el método de la falsa posición.

- Después de buscar información sobre el método de la falsa posición, propiciar la discusión en grupo o reflexión individual sobre la utilidad del método que tiene en la actualidad.
- Aplicar el método de la falsa posición en la resolución de ecuaciones de primer grado. Revisar las ventajas y desventajas de aplicar el método.
- Realizar un cartel del método de la falsa posición.

Leer el capítulo 13 del texto *Historia de la matemática* de Boyer (1986) que aborda aspectos de las aportaciones de los árabes al álgebra.

- Después de leer el texto responder en plenaria la siguiente pregunta: ¿Cuáles son los principales aportes de los árabes al álgebra que prevalecen o se utilizan en la actualidad?
- Realizar un video a presentación digital con las aportaciones de los árabes al álgebra.

Investigar en fuentes bibliográficas confiables las principales aportaciones de Fermat y Descartes que sentaron las bases para el desarrollo de las matemáticas y cuáles de ellas siguen presentes en las matemáticas hoy en día.

- Elaborar una línea de tiempo con las principales aportaciones de Fermat y Descartes para el desarrollo de las matemáticas.

Investigar en fuentes confiables aportaciones sobre el tema de ecuaciones cúbicas y algebraicas, en particular, aportaciones de: Tartaglia, Bombelli, Cardano.

- Realizar un cuadro comparativo sobre la ecuación cúbica y ecuaciones algebraicas según Tartaglia, Bombelli, Cardano.

Leer el capítulo 19 del texto *Historia de la matemática* de Boyer (1986) y el capítulo 8 del texto *Apuntes para el curso: historia de las matemáticas* de Sáenz (2005) que aborda temas importantes sobre los orígenes del Cálculo.

- Después de leer los textos, responder la pregunta: ¿Cuáles fueron las aportaciones que dieron origen al Cálculo y qué matemáticos tuvieron influencia para su invención?

Revisar en fuentes confiables algunas aplicaciones de las funciones en la modelación de fenómenos de la naturaleza o sociales.

¿Cuál fue el papel de ser del desarrollo de la ciencia renacentista en el desarrollo matemático de la idea de función?

Evidencias de la unidad	Criterios de evaluación
<p>El docente podrá elegir aquellos que son procesuales y permiten la retroalimentación, a diferencia de aquellos que permiten evidenciar el aprendizaje, para decidir si los considera como objeto de evaluación.</p> <p>Se sugiere la siguiente evidencia de aprendizaje:</p> <p>Integración de la Monografía</p> <p>Documento expositivo que aborde los problemas que permitieron el surgimiento del álgebra, el método analítico y las discusiones sobre las funciones y el inicio del cálculo e incluye una argumentación sobre las posibles dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes en el tránsito de la Aritmética al Álgebra</p> <p>Incluye:</p> <p>Portada</p> <p>Introducción</p> <p>Cuerpo de la Monografía</p> <p>Conclusiones</p> <p>Referencias bibliográficas</p> <p>Anexos</p>	<p>Para esta unidad se proponen un criterio de evaluación de competencias, y más abajo los indicadores de cada uno de los aspectos que las conforman:</p> <p>-Reconoce el avance de las matemáticas como una forma de resolver viejos problemas.</p> <p><b>Conocimientos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Describe el método analítico para resolver problemas</li> <li>● Identifica y define tipos de funciones</li> <li>● Define conceptos y reconoce representaciones matemáticas y algoritmos asociados a la solución de ecuaciones polinómicas</li> <li>● Identifica problemas que favorecieron la generación del conocimiento matemático en la historia de las Ciencias</li> <li>● Identifica las dificultades asociadas al contenido matemático, en la construcción del conocimiento científico</li> <li>● Predice los contextos, las características y retos para el desarrollo de su función docente</li> <li>● Fundamenta las dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes en el tránsito de la Aritmética al Álgebra</li> </ul> <p><b>Habilidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Resuelve problemas utilizando diversos algoritmos utilizados en el pasado</li> <li>● Integra los conceptos físicos, matemáticos y tecnológicos</li> <li>● Reconoce la diversidad cultural y de género en la investigación científica y matemática</li> <li>● Emplea los marcos teóricos y epistemológicos estudiados con anterioridad para favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje</li> <li>● Expresa claramente sus ideas y argumentos de forma oral y escrita en distintos contextos</li> <li>● Utiliza las TIC, TAC y TEP en su proceso de aprendizaje y en su práctica docente</li> </ul>

Evidencias de la unidad	Criterios de evaluación
	<p><b>Actitudes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Muestra autonomía en su proceso de aprendizaje</li> <li>● Integra la diversidad cultural en su práctica cotidiana</li> <li>● Escucha las conjeturas y argumentos de sus pares para resolver problemas profesionales</li> <li>● Muestra disposición a la autorregulación de su propio aprendizaje</li> <li>● Muestra perseverancia para concluir con las tareas y actividades</li> <li>● Colabora con distintos actores, en la propia escuela normal, y con otras instituciones de educación superior, para desarrollar proyectos y generar propuestas innovadoras acordes a la diversidad de sus estudiantes</li> </ul> <p><b>Valores</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Reconoce la inclusión como un valor en la sociedad</li> <li>● Respeta las opiniones, las estrategias de resolución de problemas y los razonamientos de docentes, pares y estudiantes</li> <li>● Reconoce a la docencia como una profesión con fundamentos teóricos y metodológicos</li> <li>● Muestra honestidad al citar las ideas y trabajos de pares, docentes y autores</li> <li>● Soluciona problemas utilizando su pensamiento crítico</li> </ul> <p>Ponderación de acuerdo a las normas de control escolar: Se sugiere que la evidencia de esta unidad equivalga al 20% de la calificación total.</p>

### **Actividad integradora del curso**

La actividad integradora consistirá en un documento que será el resultado de una indagación documental sobre el origen de un tema, el contexto histórico en el que surgió, las necesidades a las que respondió y el tipo de conocimiento con el que rompió, el tipo de objetos y herramientas matemáticas a las que dio origen, la formas como fue validado en la comunidad, las representaciones convencionales que se establecieron, la manera como se organizó lógicamente ese conocimiento – las definiciones, axiomas, teoremas, etc.- y las crisis que suscitó. Esto se conoce como análisis histórico.

También es conveniente recuperar cómo se presenta ese conocimiento actualmente, particularmente en educación secundaria y en educación normal: cómo se presenta la exposición de las nociones matemáticas implicadas y los problemas que se plantean, tanto en el aula como en la cotidianidad de todo ciudadano. Los métodos, algoritmos de solución, y representaciones utilizadas en las matemáticas escolares. Esto es lo que se conoce como análisis epistemológico.

Como afirmaba Sierpinska (1994, cit. en Barbin, 1997), “...debemos estudiar historia de un concepto para poder determinar las condiciones de su entendimiento, es decir para desarrollar un análisis epistemológico. Por otro lado, el conocimiento de la historia de los conceptos es muy útil en la investigación diagnóstica sobre las dificultades de los estudiantes, más particularmente en el esfuerzo por comprender su acciones y verbalizaciones durante sesiones experimentales.” (p. 65).

Por tal motivo, en un tercer momento del documento, se invitará al estudiantado a que, con la recuperación histórica y el análisis epistemológico, anticipen cuáles podrían ser los problemas de los estudiantes de educación básica cuando estudian ese tema, o si esto no es posible, cuáles fueron las dificultades que él mismo afrontó en dicho abordaje. Como lo señala Sierpinska “El famoso “paralelismo” [entre lo que planteó la humanidad y la resolución infantil] es una idea muy simplista que no puede para ser aplicada directamente. En realidad, la historia nos ayuda a construir modelos de las concepciones de los estudiantes, tener una referencia y no modelos terminados” (1994, cit. en Barbin, 1997, p. 65).

Otra posibilidad en este tercer momento del texto, es recuperar ideas para la enseñanza y para el diseño de materiales. Esto puede ser un antecedente para la innovación en el desarrollo de su proyecto de titulación.

Evidencias de la actividad integradora	Criterios de evaluación
<p>Se sugiere la siguiente evidencia de aprendizaje:</p> <p>Documento que presente un análisis histórico, epistemológico y didáctico de un tema de la educación básica, de preferencia aquel que abordará en su documento recepcional.</p>	<p>Para esta actividad se proponen dos criterios de evaluación de competencias, y más abajo los indicadores de cada uno de los aspectos que las conforman:</p> <p>-Reconoce las relaciones entre la historia y la filosofía de las matemáticas como formas de explicar los procesos de aprendizaje y de enseñanza de las matemáticas.</p> <p>-Diseña propuestas de enseñanza de las Matemáticas mediante metodologías innovadoras.</p> <p><b>Conocimientos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Explica las bases conceptuales de un tema de las matemáticas de la educación básica, sus objetos, sus relaciones y operaciones</li> <li>● Expone el desarrollo histórico de un tema</li> <li>● Identifica problemas que favorecieron la construcción de los conjuntos numéricos en la historia de las matemáticas</li> <li>● Expresa las dificultades asociadas a la construcción histórica del contenido matemático</li> <li>● Explica las bases axiomáticas del tema</li> <li>● Reconoce que la construcción del aprendizaje matemático surge en el contexto de solución de problemas, como el resultado de rupturas epistemológicas</li> <li>● Explica la relación entre la historia y la filosofía de las matemáticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje</li> </ul> <p><b>Habilidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Utiliza algoritmos, tratamiento y representaciones actuales para la solución de problemas antiguos</li> <li>● Analiza los resultados de aprendizajes y desempeños en las matemáticas, reportados en distintos estudios, desde una perspectiva filogenética</li> <li>● Caracteriza a la población juvenil para diseñar situaciones didácticas contextualizadas</li> <li>● Propone situaciones y ambientes de aprendizaje innovadores para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas</li> <li>● Emplea los marcos teóricos y epistemológicos estudiados con anterioridad para favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje</li> </ul>



Evidencias de la actividad integradora	Criterios de evaluación
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Expresa claramente sus ideas y argumentos de forma oral y escrita en distintos contextos</li> <li>● Utiliza las TIC, TAC y TEP en su proceso de aprendizaje y en su práctica docente</li> </ul> <p><b>Actitudes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Muestra autonomía en su proceso de aprendizaje</li> <li>● Integra la diversidad cultural en su práctica cotidiana</li> <li>● Escucha las conjeturas y argumentos de sus pares para resolver problemas profesionales</li> <li>● Muestra disposición a la autorregulación de su propio aprendizaje</li> <li>● Muestra perseverancia para concluir con las tareas y actividades</li> <li>● Colabora con distintos actores, en la propia escuela normal, y con otras instituciones de educación superior, para desarrollar proyectos y generar propuestas innovadoras acordes a la diversidad de sus estudiantes</li> </ul> <p><b>Valores</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Reconoce la inclusión como un valor en la sociedad</li> <li>● Respeto las opiniones, las estrategias de resolución de problemas y los razonamientos de docentes, pares y estudiantes</li> <li>● Reconoce a la docencia como una profesión con fundamentos teóricos y metodológicos</li> <li>● Muestra honestidad al citar las ideas y trabajos de pares, docentes y autores</li> <li>● Soluciona problemas utilizando su pensamiento crítico</li> </ul> <p>Ponderación de acuerdo a las normas de control escolar: Se sugiere que la evidencia de esta unidad equivalga al 50% de la calificación total.</p>

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

### **Bibliografía básica**

- Boyer, C. B. (1986). Historia de la matemática. Madrid: Ed. Alianza Universidad Textos.
- Euclides (1991). *Los Elementos*. Madrid: editorial Gredos.
- Ifrah, G. (1987). *Las cifras. Historia de una gran invención*. Madrid,; Alianza Editorial.
- Kline, M. (1992). *El pensamiento matemático desde la antigüedad hasta los tiempos modernos*. Madrid: Editorial Alianza.
- Kline, M. (1972). *Mathematical thought from ancient to modern times*. New York: Oxford University Press.
- Hawking. S. W. (2009). *Dios creó los números. Los descubrimientos matemáticos que cambiaron la Historia*. Barcelona: Ed. Crítica.
- Mankiewicz, R. (2000). *Historia de las matemáticas. Del cálculo al caos*. Barcelona: Paidós.
- Ortiz, A. (2005). Historia de la matemática. Volumen I. La matemática en la antigüedad. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Collette, J. P. (1985). *Historia de las matemáticas*. México: Editorial Siglo XXI
- Sáenz, E. (2005). Apuntes para el Curso Historia de las Matemáticas. Monterrey: UANL.

### **Bibliografía Complementaria**

- Bell, E. T. (1953). Men of mathematics, Pelican books.
- Filloo, E. (2001). Didáctica e Historia de la Geometría Euclidiana. México: Grupo Editorial Iberoamérica
- Gheverghese, G. (1996). *Las matemáticas y sus raíces no europeas*. Madrid: Editorial Pirámide
- Montesinos , J. L. (2000). Historia de las matemáticas en la enseñanza secundaria. Madrid: Editorial Síntesis
- Rey Pastor, J. & Babini, J. (1984). Historia de la matemática. Barcelona: Editorial Gedisa
- Rlbnikov, K. (1987). Historia de las matemáticas. Moscú: Editorial Mir.
- Rúbnikov, K. (1987). *Historia de la matemática*. Moscú: Editorial Mir.
- Dirección general de materiales y métodos educativos (1999). Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. Educación Secundaria. México: SEP.
- Stewart, I. (2008). *Historia de las matemáticas: en los últimos 10,000 años*. Ed. Crítica. Colección Drakontos. Barcelona.
- Struik, D. J. (1980). Historia concisa de las matemáticas. México: Instituto Politécnico Nacional
- Struik, D. J. (1980). *A concise history of mathematics*. New York: Dover Publications.

## **Perfil docente sugerido**

### **Perfil académico**

Matemáticas

Educación en la Especialidad en Matemáticas

Física

Ingeniería

Otras afines

### **Nivel Académico**

Obligatorio nivel de licenciatura, preferentemente maestría o doctorado en el área de conocimiento de matemáticas, física, o ciencias exactas.

Deseable: Experiencia de investigación en el área

### **Experiencia docente para**

Conducir grupos

Planear y evaluar por competencias

Utilizar las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje

Retroalimentar oportunamente el aprendizaje de los estudiantes.

### **Experiencia profesional**

Referida a la experiencia laboral en la profesión sea en el sector público, privado o de la sociedad civil.

## Referencias bibliográficas del curso

- Alarcón, J. (1994). *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*. México: SEP.
- Bachelard, G. (2000). *La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo*. México: siglo XXI editores.
- Barbin, E. (1997). Sur les relations entre épistémologie, histoire et didactique. *REPERES -IREM*. N° 27-avril 1997.
- SEP (2019). *Normas específicas de control escolar relativas a la selección, inscripción, reinscripción, acreditación, regularización, certificación y titulación de las licenciaturas para la formación de docentes de educación básica en la modalidad escolarizada (planes 2018)*. México: SEP.